



**Cálculo del número geopotencial IHRF
de las estaciones UYPT y UYTA y su comparación con
el *datum* vertical Cabildo- Uruguay**

Informe Técnico IGM03/2024 – mayo 2024

**Walter Humberto Subiza Piña
Consejo Técnico IGM**

Indice y breve descripción

1- Introducción

Se presenta el ***IHRS – International Height Reference System*** y sus principales convenciones

2- Objetivo

Se describe el objetivo y los datos disponibles para determinación del número geopotencial de las estaciones CORS UYPT y UYTA, incluyendo una reseña de los modelos cuasi-geoidal y geoidal usados y sistemas de mareas empleados.

3- Metodología

Se detalla la metodología y fórmulas empleadas para el cálculo de los números geopotenciales empleando los dos modelos geoidales.

4- Las altitudes físicas

Se presentan las fórmulas necesarias para, a partir de los números geopotenciales calculados, obtener altitudes físicas, a saber: Normales y de Helmert.

5- Resultados numéricos

Se detallan los principales resultados de las fórmulas empleadas para los números geopotenciales en las estaciones UYPT y UYTA.

6- Comparación con el *datum* vertical Cabildo – Altitudes físicas

Se comparan los valores de las altitudes físicas con el *datum* vertical Cabildo, usando tres tipos de valores de gravedad: gravedad observada en el punto de la superficie terrestre, gravedad media para altitud normal y gravedad media para altitudes de Helmert

7- Comparación con el cálculo efectuado en el ICGEM

Se comparan los resultados del potencial gravitacional de cada estación con el valor obtenido con el modelo EIGEN-6C4 en la página ICGEM.

8- Comentarios y futuros trabajos

9- Referencias

1- Introducción

En 2015 la Asociación Internacional de Geodesia (*IAG- International Association of Geodesy*) introdujo el Sistema de Referencia Vertical Internacional (*IHRS – International Height Reference System*) (1), como un sistema convencional de alturas global, relacionado al campo de gravedad terrestre.

La definición del *IHRS* se basa en las siguientes convenciones fundamentales:

1- El nivel de referencia vertical es una superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre, con un valor de geopotencial dado por:

$$W_o = 62\ 636\ 853,4\ m^2\ s^{-2};$$

2- La coordenada vertical del potencial en un punto P es la diferencia entre el potencial en ese punto, W_p y el valor del potencial geoidal W_o . Esa diferencia es conocida también como número geopotencial C_p :

$$C_p = -\Delta W_p = W_o - W_p;$$

3- La posición espacial de P para el potencial es dada por las coordenadas del vector X_p en sistema *ITRS (International Terrestrial Reference System)*, de forma que

$$X_p = X(P) \text{ y } W(P) = W(X_p);$$

4- Parámetros, observaciones y datos deben estar en sistema de mareas medio (mean tidal/mean crust) que elimina la componente temporal y periódica del potencial de mareas y preserva la componente permanente y el potencial generado por la deformación de esa componente;

5- Las unidades de longitud y tiempo son respectivamente el metro, m y el segundo, s dados en SI (Sistema Internacional de unidades).

La primera convención define una superficie equipotencial en particular, entre las infinitas superficies equipotenciales existentes, en cuanto la tercera muestra claramente que el *IHRS* es una combinación de la componente geométrica X y la componente física dada por W en X .

Por razones prácticas el vector X se convierte en coordenadas elipsoidales (φ, λ, h) , en cuanto el número geopotencial C_p , coordenada vertical, se convierte en altitud física (normal H^N , ortométrica H^O o dinámica H^D). En las transformaciones mencionadas se usa el sistema de referencia geodésico GRS80 (2).

La cuarta convención permite monitorear fenómenos geofísicos como el cambio del nivel del mar ya que el control del mismo se realiza en sistema de mareas medio.

La materialización del *IHRS* se realiza a través de estaciones *IHRF (International Height Reference Frame)*, especialmente escogidas y cuya estrategia de selección y cálculo se detalla en (3), (4).

El proceso del modelado del campo de gravedad debe realizarse en sistema de mareas *tide-free o zero-tide* ya que en el sistema de mareas *mean-tide* el potencial de gravedad puede no ser armónico. De esta forma el proceso del modelado del campo de gravedad se transforma en su etapa final para sistema de mareas *mean-tide*.

Existen diversas formas de determinar la diferencia de potencial $-\Delta w_p$ en estaciones *IHRF*, por ejemplo con modelos del geopotencial global de alta resolución, usando modelos regionales del campo de gravedad, (cuasi-) geoides, o través de conversión de *data* verticales existentes.

2- Objetivo

El presente informe técnico detalla la metodología y cálculos hechos para la obtención del número geopotencial *IHRF* de la estación UYPT, C_{UYPT}^{IHRF} , localizada en la ciudad de Paso de los Toros, estando ésta prevista como futuro datum vertical de Uruguay y en la estación UYTA, C_{UYTA}^{IHRF} , en Tacuarembó (ambos valores de potencial estático, sin considerar variaciones temporales). Las coordenadas cartesianas ITRF fueron recibidas de SIRGAS en sistema *tide-free* de mareas y transformadas con GeoTrans 3.9 en geodésicas. La metodología, formulación y parámetros siguen las recomendaciones ya mencionadas de (3) y (4) para el cálculo de números geopotenciales en estaciones IHRF, así como las directivas del GTIII de Sirgas (5).

El cálculo fue realizado usando los modelos cuasi-geoidal UruQGeoide110 y geoidal UruGeoide100, ambos versión 2023 (6). El modelo UruQGeoide110 (2023) fue obtenido como solución del problema del valor de contorno de la gravedad (*Gravity boundary value problem GBVP*) siguiendo la teoría de Modolensky, que calcula el potencial perturbador en la superficie terrestre. El modelo geopotencial global empleado fue EIGEN-6C4, con coeficientes plenamente normalizados en sistema *zero-tide* de mareas en grado y orden hasta 720 (7), incluyendo el término de orden cero. Los datos de gravedad observados fueron convertidos en anomalías aire libre y Bouguer simple, calculados en SGR80 siendo aplicada la corrección atmosférica según (8) y finalmente las anomalías fueron transformadas de sistema de mareas *mean-tide* para *tide-free*. La corrección de terreno fue calculada con el programa TC (9), usando tres modelos de terreno, el más detallado con resolución de 90 m (3"). El modelo geoidal UruGeoide110 (2023) fue obtenido de la transformación del modelo cuasi-geoidal usando la anomalía de Bouguer.

Para la determinación de los números geopotenciales fue confeccionado un programa en lenguaje Fortran (programa IHRF), que además de automatizar los cálculos permite obtener precisión en los resultados.

Las estaciones UYPT y UYTA pertenecen a la red SIRGAS de estaciones GNSS de operación continua, poseen observaciones de gravedad, en el caso de UYPT, el valor es absoluto y medido con gravímetro A10 en abril de 2023 (10) e integraron conjuntamente con 7 otras estaciones semejantes el ajuste simultáneo de la red gravimétrica de Uruguay en 2024, incluyendo UYTA (11). Ambas estaciones poseen altitud por nivelación geométrica de primer orden, la cual fue ajustada con gravedad para obtener la correspondiente altitud ortométrica referida al datum Cabildo.

La localización geográfica de las estaciones IHRF en el contexto de la red gravimétrica de Uruguay se presenta en la figura 1.

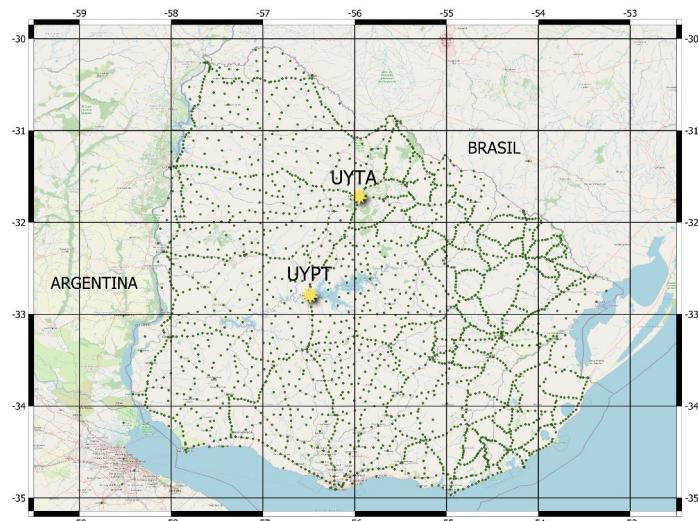


Figura 1 – Localización de las estaciones IHRF en Uruguay

La Tabla 1 contiene los datos conocidos de las estaciones *IHRF* por su orden: Nombre, Latitud, Longitud, altitud elipsoidal, altitud referida a datum Cabildo, anomalía de altura del modelo cuasi-geoidal, ondulación del modelo geoidal y gravedad en la estación. La gravedad está calculada a partir de una estación cercana en la superficie terrestre. La diferencia de altura fue multiplicada por el gradiente de gravedad local y el resultado fue substraído del valor de gravedad absoluta ajustado. De esta forma todos los datos de la tabla 1 se refieren a la base de la antena de la estación.

Tabla 1

| Nombre | Lat | Lon | h | H Cabildo | ζ | N | g(p) m |
|--------|----------------|----------------|---------|-----------|---------|--------|------------|
| UYPT | -32,8005594603 | -56,5098169795 | 91,116 | 74,299 | 16,059 | 16,060 | 9,79557947 |
| UYTA | -31,6830643962 | -55,9375338475 | 186,981 | 171,564 | 14,680 | 14,678 | 9,79414817 |

Los parámetros del Sistema Geodésico de Referencia GRS80 usados en este informe se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2 – Parámetros del Sistema Geodésico de Referencia GRS80

| parámetro | valor | unidad | descripción |
|------------|----------------------|--------------|-------------------------------------|
| a | 6378137 | m | semieje mayor del elipsoide |
| e^2 | 0,006 694 380 022 90 | - | primera excentricidad del elipsoide |
| U_0 | 6 263 686,0850 x 10 | $m^2 s^{-2}$ | potencial normal de gravedad |
| γ_e | 9,780 326 7715 | $m s^{-2}$ | gravedad normal en el ecuador |
| f | 0,003 352 810 681 18 | - | achatamiento |
| m | 0,003 449 786 003 08 | - | $\gamma^2 a^2 b/GM$ |

Para una mejor comprensión de los sistemas de mareas que serán empleados, la Tabla 3 resume sus principales características y efectos.

Tabla 3- Sistemas de mareas, modificado de (12)

| Sistema de mareas | Efectos de la marea | | | Características | |
|-------------------|-------------------------|---|------------|---|--|
| | dependientes del tiempo | independientes del tiempo (permanentes) | | | |
| | periódicos | directos | indirectos | | |
| mean-tide | eliminado | conservado | conservado | Refleja los efectos constantes causados por el sol y la luna en la tierra (gravedad/campo potencial y geometría) | |
| zero-tide | eliminado | eliminado | conservado | Afecta solo el campo de gravedad/potencial de la Tierra, pero no la figura de la Tierra; es decir, se supone que la marea cero y la marea media para la superficie de la tierra (corteza) son idénticas | |
| tide-free | eliminado | eliminado | eliminado | Asume que el sol y la luna no existen (o fueron movidas al infinito) | |

Los valores definidos por el IHRS, el modelo geopotencial EIGEN-6-C4 (usado para el cálculo del cuasi-geoide y el sistema geodésico de referencia GR80 se listan en la siguiente tabla.

Tabla 4

| Sistema | $GM (m^3 s^{-2})$ | $W_0 (m^2 s^{-2})$ |
|---------------------------------|-------------------|--------------------|
| IHRS | 3,986004415E+14 | 62 636 853,4 |
| EIGEN-6-C4 (GRS80) ¹ | 3,9860050E+14 | ----- |
| GRS80 | 3,9860050E+14 | 62 636 860,850 |

3- Metodología

a - Cálculo del número geopotencial usando el modelo cuasi-geoidal UruQGeoide110 (2023)

La solución del GBVP en la teoría de Modolensky nos da el potencial perturbador en la forma

$$T(\theta, \lambda) = T_0 + T_1(\theta, \lambda) + \sum_{n=2}^{\infty} T_n(\theta, \lambda) \quad 1$$

siendo que $T_1(\theta, \lambda) = 0$ ya que los coeficientes de primer grado del potencial se asumen cero para alinear el centro de masas de la Tierra con el centro del sistema de coordenadas ITRS/ITRF. Ya el término T_0 incluye la diferencia en los valores del parámetro GM usado por el modelo geopotencial global escogido y el elipsoide de referencia GRS80. El término para esa diferencia, en este caso para las anomalías de altura y debido al uso del modelo EIGEN en GRS80, ΔW_0 es

$$\zeta_0 = - \frac{\Delta W_0}{\gamma_Q} \quad 2$$

con

$$\Delta W_0 = W_0 - U_0 = 62 636 853,4 \text{ } m^2 s^{-2} - 62 636 860,850 \text{ } m^2 s^{-2} = \frac{-7,45}{\gamma_Q} \text{ } m^2 s^{-2} \quad 3$$

donde γ_Q es la gravedad teórica en el punto Q sobre la superficie normal que pasa por el teluróide (ver Figura 2).

En la fórmula 3, la gravedad teórica en el punto Q , γ_Q puede ser obtenida a través de la gravedad teórica en el elipsoide γ_0 en el punto Q_0 , a la cual se resta el gradiente normal de gravedad multiplicado por la altitud normal del punto P . La altitud normal es $H^N = h - (\zeta - \zeta_0)$.

$$\gamma_Q = \gamma_0 - \left(\frac{\delta \gamma}{\delta H} \times H^N \right) \quad 4$$

γ_0 se obtiene con la fórmula de Somigliana de la gravedad teórica GRS80

$$\gamma_0 = \frac{1 + k \operatorname{sen}^2 \phi}{\sqrt{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \phi)}} \quad 5$$

1 Programa geocol17 de Gravsoft calcula con los coeficientes del modelo geopotencial anomalías de gravedad y ondulaciones del geoide en GRS80 en sistema de mareas zero-tide.

y el gradiente normal de gravedad se calcula con precisión con la ecuación (ver (14), ec. 21.30):

$$\frac{\delta \gamma}{\delta H} = -\frac{2\gamma_0}{a} \cdot (1+m+2f \cos^2 \varphi) \quad 6$$

Usando un cuasigeoide como el UruQGeoide110 (2023), el valor del potencial en el punto P sobre la superficie terrestre puede ser obtenido con

$$W_P = U_P + \zeta_P \cdot \gamma_0 + \Delta W_0 [m^2 s^{-2}], \quad 7$$

o en forma semejante

$$W_P = W_0 - (h_P - (\zeta_P - \zeta_0)) \cdot \bar{\gamma}_{QQ0} [m^2 s^{-2}] \quad 8$$

estando la anomalía de altura ζ_P corregida por ζ_0 . El valor de la gravedad teórica en el punto medio QQ_0 es obtenido con la fórmula

$$\bar{\gamma}_{QQ0} = \gamma_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{a} \cdot (1 + f + m - 2f \cdot \sin^2 \varphi_P) \cdot (h_P - \zeta_P) \right) [m^2 s^{-2}] \quad 9$$

La siguiente figura 2 detalla las relaciones entre las diversas superficies y puntos involucrados en los cálculos mencionados.

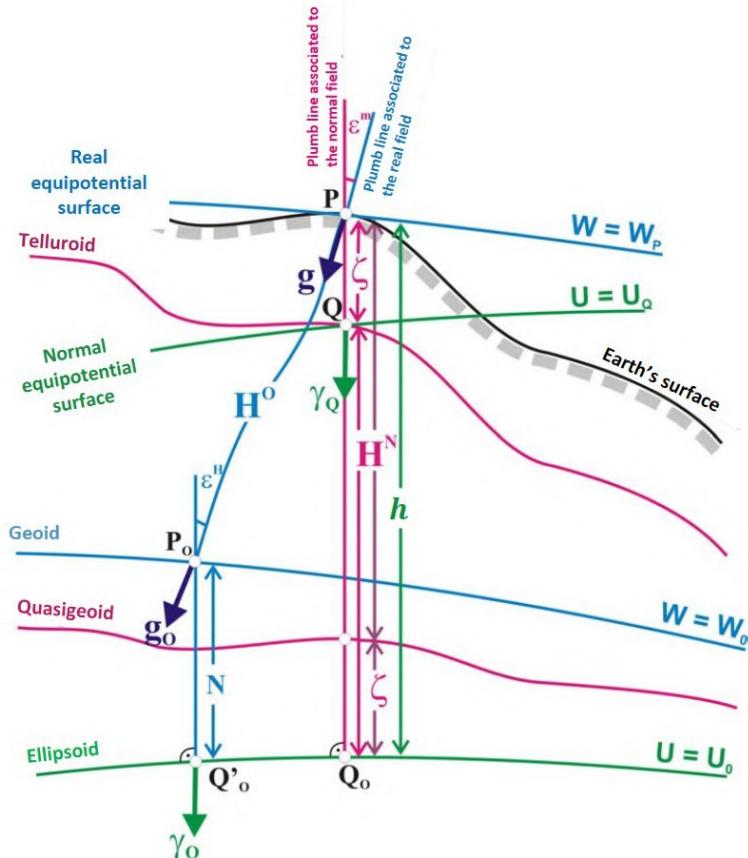


Figura 2 – Relaciones entre superficies y puntos para el cálculo (Sánchez et al. (4))

El potencial obtenido en P a través de las fórmulas 8 o 9, es un potencial provisario debido a los datos de entrada. Así siendo debe hacerse una corrección a este potencial provisario (3), (13) que tiene en cuenta que las coordenadas usadas estaban en sistema de mareas *tide-free*, la fórmula es:

$$\Delta W^{ITRF}(\varphi) \approx (-\gamma_0(\varphi)) \cdot h_T(\varphi) = -0,5901 + 1,7475 \cdot \text{sen}^2 \varphi + 0,0273 \cdot \text{sen}^4 \varphi \quad [m^2 s^{-2}] \quad 10$$

Hecha esta corrección tenemos el geopotencial en sistema *zero-tide*, de la siguiente forma:

$$W_P^{ZT} = W_{prov} + \Delta W^{ITRF} \quad 11$$

El número geopotencial en el sistema de mareas *zero-tide* se define como

$$C^{ZT} = W_0 - W^{ZT} \quad 12$$

y en sistema de mareas *mean-tide*,

$$C^{MT} = W_0 - (W^{ZT} + W_T) = C^{ZT} - W_T \quad 13$$

Siendo W_T la componente temporal generada por el potencial medio de mareas. Este término es dependiente de h (ver 6.2 de (3)), por lo que se substituye la expresión aproximada:

$$W_{T0} \approx W_T(\varphi, 0) = 0,9722 - 2,8841 \cdot \text{sen}^2 \varphi - 0,0195 \cdot \text{sen}^4 \varphi \quad [m^2 s^{-2}] \quad 14$$

Finalmente el número geopotencial IHRF es definido y calculado por

$$C^{IHRF} \stackrel{\text{def}}{=} C^{ZT} - W_{T0} \quad 15$$

La Figura 3 muestra las etapas y las principales ecuaciones usadas

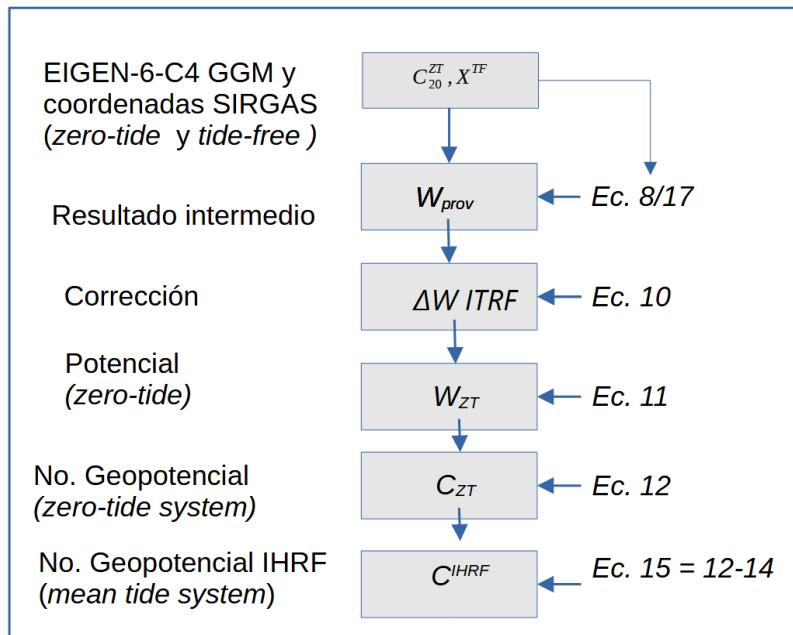


Figura 3 -Esquema de cálculo del número geopotencial IHRF

b - Cálculo del número geopotencial usando el modelo geoidal UruGeoide110 (2023)

Para las ondulaciones obtenidas del modelo geoidal el término de orden cero es:

$$N_0 = - \frac{\Delta W_0}{\gamma_{Q0}} \quad 16$$

γ_{Q0} es la gravedad teórica en el elipsoide.

El potencial en el punto P es obtenido por la fórmula

$$W_p = W_0 - (h_p - (N_p - N_0)) \cdot \bar{g}_p [m^2 s^{-2}] \quad 17$$

siendo

$$\bar{g}_p = g_p + 0,424 \times 10^{-6} \cdot (h_p - (N_p - N_0)) + TC_p [m^2 s^{-2}] \quad 18$$

En estas fórmulas \bar{g}_p es la gravedad media entre P y el geoide, h_p es la altura elipsoidal, N_p es la ondulación del geoide (corregida por N_0) y g_p es la gravedad observada. El factor $0,424 \times 10^{-6}$ se refiere a la mitad del gradiente de gravedad vertical en la teoría de Poincaré-Prey, con una densidad media de las masas topográficas media de 2670 kg m^{-3} y TC_p es la corrección gravimétrica de terreno en P. El potencial calculado es, como en el anterior caso, un valor provisorio y debe seguir el esquema de la Figura 3 para finalmente llegar al valor del número geopotencial IHRF.

4- Las altitudes físicas

El número geopotencial IHRF obtenido debe ser transformado en una altitud física para su utilización práctica. Para eso dividimos el geopotencial por un determinado valor de gravedad y dependiendo de la gravedad escogida, podemos tener diferentes tipos de altitudes físicas.

En particular nos interesan las altitudes normales, referidas a un determinado teluroide/cuasi-geoide y la altitudes ortométricas de Helmert. En el primer caso la fórmula de cálculo es exacta, parte de la gravedad teórica en el elipsoide y no hace suposiciones sobre el comportamiento de la gravedad dentro de la superficie terrestre.

Ya en el segundo caso se parte de la gravedad en la superficie terrestre y se usa el gradiente de gravedad de Poincaré-Prey, considerado como constante a lo largo de la línea de la plomada, para calcular el valor de la misma entre el geoide y la estación. Esta es una fórmula aproximada debido a que se desconoce el comportamiento exacto de la gravedad en el interior de la corteza terrestre.

Fórmulas para el cálculo de la altitud normal

La gravedad para las altitudes normales es calculada a partir de la gravedad teórica en el elipsoide, sumando el gradiente normal de gravedad multiplicado por la distancia entre el elipsoide y la altura normal, de forma que

$$H^N = \frac{C_p^{IHRF}}{\bar{g}} \quad 19$$

el valor de gravedad medio es calculado por

$$\bar{g} = g_{\gamma0} + \frac{\delta \gamma}{\delta H} \cdot \frac{H^N}{2} \quad 20$$

siendo el gradiente normal de gravedad obtenido con precisión con la fórmula 6 y la altitud normal como en la fórmula 4 es $H^N = h - (\zeta - \zeta_0)$.

Fórmulas para el cálculo de la altitud ortométrica de Helmert

La altitud ortométrica es calculada por:

$$H^o = \frac{C_p^{IHRF}}{\bar{g}} \quad 21$$

siendo \bar{g} dada por la ecuación 18.

5- Resultados numéricos

a- Cálculos con UruQGeoide110

Estación UYPT

Término de orden cero para la anomalía de altura (Ec 3)

$$\zeta_0 = - \frac{-7,45}{9,79526511} = 0,7606 \approx 0,761 \text{ m}$$

Potencial en UYPT, ecuación 8,

$$W_p = 62636853,4 - (91,116 - (16,820 + 0,761)) \times 9,79538314 \text{ [m}^2\text{s}^{-2}\text{]}$$

$$W_p = 62636125,642 \text{ [m}^2\text{s}^{-2}\text{]}$$

Corrección al potencial provisorio, ecuación 10

$$\Delta W^{ITRF} = -0,075 \text{ [m}^2\text{s}^{-2}\text{]}$$

Potencial en *zero-tide*, ecuación 11

$$W_p^{ZT} = 62636125,6380 - 0,075 = 62636125,567 \text{ [m}^2\text{s}^{-2}\text{]}$$

Número geopotencial en *zero-tide*, ecuación 12

$$C_p^{ZT} = 62636853,4 - 62636125,567 = 727,833 \text{ [m}^2\text{s}^{-2}\text{]}$$

Corrección temporal de mareas para pasar a sistema *mean-tide*, ecuación 14

$$W_{T0} \approx W_T(\varphi, 0) = 0,124 \text{ [m}^2\text{s}^{-2}\text{]}$$

Número geopotencial IHRF en la estación UYPT, sistema de mareas *mean-tide*, ecuación 15

$$C_{UYPT}^{IHRF} = 727,833 - 0,124 = 727,709 \text{ [m}^2\text{s}^{-2}\text{]}$$

Estación UYTA

Término de orden cero para la anomalía de altura (Ec 3)

$$\zeta_0 = - \frac{-7,45}{9,79405265} = 0,7607 \approx 0,761 \text{ m}$$

Potencial en UYPT, ecuación 8,

$$W_p = 62636853,4 - (186,981 - (15,441 + 0,761)) \times 9,79432205 \text{ [m}^2\text{s}^{-2}\text{]}$$

$$W_p = 62635173,282 \text{ [m}^2\text{s}^{-2}\text{]}$$

Corrección al potencial provisorio, ecuación 10

$$\Delta W^{ITRF} = -0,106 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Potencial en *zero-tide*, ecuación 11

$$W_p^{ZT} = 62\,635\,173,282 - 0,106 = 62\,635\,173,176 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Número geopotencial en *zero-tide*, ecuación 12

$$C_p^{ZT} = 62\,636\,853,4 - 62\,635\,173,176 = 1680,224 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Corrección temporal de mareas para pasar a sistema *mean-tide*, ecuación 14

$$W_{T0} \approx W_T(\varphi, 0) = 0,175 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Número geopotencial IHRF en la estación UYPT, sistema de mareas *mean-tide*, ecuación 15

$$C_{UYPT}^{IHRF} = 1680,224 - 0,175 = 1680,049 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

b – Cálculos con UruGeoide110

Estación UYPT

Término de orden cero para la ondulación geoidal (Ec 16)

$$N_0 = - \frac{-7,45}{9,79549779} = 0,7606 \approx 0,761 \text{ m}$$

Potencial en UYTA ecuación 17

$$W_p = 62\,636\,125,635 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Correcciones al potencial provisorio, ecuación 10

$$\Delta W^{ITRF} = -0,075 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Potencial en *zero-tide*, ecuación 11

$$W_p^{ZT} = 62\,636\,125,635 - 0,075 = 62\,636\,125,560 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Número geopotencial en *zero-tide*, ecuación 12

$$C_p^{ZT} = 62\,636\,853,4 - 62\,636\,125,560 = 727,840 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Corrección temporal de mareas para pasar a sistema *mean-tide*, ecuación 14

$$W_{T0} \approx W_T(\varphi, 0) = 0,124 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Número geopotencial IHRF en la estación UYTA, sistema de mareas *mean-tide*, ecuación 15

$$C_{UYPT}^{IHRF} = 727,840 - 0,124 = 727,716 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Estación UYTA

Término de orden cero para la ondulación geoidal (Ec 16)

$$N_0 = - \frac{-7,45}{9,79405265} = 0,7606 \approx 0,761 \text{ m}$$

Potencial en UYTA ecuación 17

$$W_p = 62635173,279 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Correcciones al potencial provisorio, ecuación 10

$$\Delta W^{IIRF} = -0,106 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Potencial en *zero-tide*, ecuación 11

$$W_p^{ZT} = 62635173,279 - 0,106 = 62635173,173 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Número geopotencial en *zero-tide*, ecuación 12

$$C_p^{ZT} = 62636853,4 - 62636173,173 = 1680,227 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Corrección temporal de mareas para pasar a sistema *mean-tide*, ecuación 14

$$W_{T0} \approx W_T(\varphi, 0) = 0,175 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Número geopotencial IHRF en la estación UYTA, sistema de mareas *mean-tide*, ecuación 15

$$C_{UYPT}^{IHRF} = 1680,227 - 0,175 = 1680,052 \text{ } [m^2 s^{-2}]$$

Tabla 5 - Resumen de números geopotenciales obtenidos ($m^2 s^{-2}$)

| | UruQGeoide 110 (2023) | UruGeoide 110 (2023) |
|------|-----------------------|----------------------|
| UYPT | 727,709 | 727,716 |
| UYTA | 1680,049 | 1680,052 |

6- Comparación con el *datum vertical Cabildo* y altitudes físicas

Las tablas 6 y 7 resumen los cálculos realizados para obtener las altitudes físicas. Para eso el número geopotencial en IHRF (Tabla 5) fue dividido, en primer lugar por la gravedad observada en la estación $H^{G \text{ obs.}}$, en segundo lugar por la gravedad media de la altitud normal H^N (ecuaciones 19 y 20) y finalmente por la gravedad media de la altitud ortométrica de Helmert H^O (ecuaciones 18 y 21).

Tabla 6 – Altitudes físicas en UYPT (altitudes y diferencias en m)

| UYPT | Tipo Altitud | Gravedad (m/s^2) | Alt física | Altitud Cabildo | Dif (m) |
|------------|----------------------|----------------------|------------|-----------------|---------|
| UruQGeoide | $H^{G \text{ obs.}}$ | 9,79557947 | 74,290 | 74,299 | -0,009 |
| | H^N | 9,79538314 | 74,291 | | -0,008 |
| | H^O | 9,79561371 | 74,290 | | -0,009 |
| UruGeoide | $H^{G \text{ obs.}}$ | 9,79557947 | 74,290 | | 0,009 |
| | H^N | 9,79538314 | 74,292 | | 0,008 |
| | H^O | 9,79561371 | 74,290 | | 0,010 |

Tabla 7- Altitudes físicas en UYTA (altitudes y diferencias en m)

| UYTA | Altitud | Gravedad (m/s ²) | Alt física | Altitud Cabildo | Dif (m) |
|------------|----------|------------------------------|------------|-----------------|---------|
| UruQGeoide | H G obs. | 9,79414817 | 171,536 | 171,523 | -0,013 |
| | HN | 9,79432205 | 171,534 | | -0,010 |
| | HO | 9,79422567 | 171,535 | | -0,012 |
| UruGeoide | H G obs. | 9,79414817 | 171,537 | | -0,013 |
| | HN | 9,79432205 | 171,534 | | -0,010 |
| | HO | 9,79422567 | 171,535 | | -0,012 |

Los datos de UYTA están sujetos a verificación de campo, ya programada.

7- Comparación con el cálculo efectuado en el ICGEM

El número geopotencial fue calculado con el modelo EIGEN-6C4 en la página del ICGEM (15), al grado y orden de 2190, con inclusión del término 0 del potencial y en sistema de mareas *mean-tide*.

Los valores de W_P con el cuasi-geoide y geoide 110 fueron calculados usando el resultado de W^{ZT} (ec. 11) corregido con las ecuaciones 10 y 14.

Tabla 8

| Comparación Potencial calculado – EIGEN-6C4 ICGEM | | | |
|---|---------------|---------------|-----------------------------|
| | UYPT | UYTA | |
| UruQGeoide * | 62636125,4431 | 62635173,0010 | $\text{m}^2 \text{ s}^{-2}$ |
| EIGEN-6C4 | 62636125,4360 | 62635173,0893 | |
| Dif | 0,0071 | -0,0883 | |
| Dif** | 0,001 | -0,009 | m |

Tabla 9

| Comparación Potencial calculado – EIGEN-6C4 ICGEM | | | |
|---|---------------|---------------|-----------------------------|
| | UYPT | UYTA | |
| UruGeoide * | 62636125,4359 | 62635172,9980 | $\text{m}^2 \text{ s}^{-2}$ |
| EIGEN-6C4 | 62636125,4360 | 62635173,0893 | |
| Dif | -0,0001 | -0,0913 | |
| Dif** | 0,000 | -0,009 | m |

* Potencial de gravedad en P corregido con ecuaciones 8 y 12

** Valor obtenido usando la gravedad observada en la estación

9- Materialización del número geopotencial IHRF con objetivo de datum nacional

Los resultados obtenidos están referidos a la base de las antenas de las estaciones CORS UYPT y UYTA por lo que no están materializadas, si el objetivo es servir de estación fundamental para una

red vertical nacional. Con ese fin se dispone de 2 estaciones auxiliares junto de las estaciones CORS, que permiten la conexión de las mismas con la red vertical así como su posterior ajuste. En la estación CORS UYPT (código 6015), seleccionada como futuro datum vertical, se encuentra la estación **Absoluta UYPT** (código 3272) a una distancia vertical de 2,544 m y en la estación UYTA (código 6023 y posible estación de densificación IHRF), se encuentra la estación **Aux. UYTA** (código 3275), a una distancia vertical de 1,703 m

Tabla 10 - Resumen de números geopotenciales obtenidos en las estaciones de conexión ($\text{m}^2 \text{ s}^{-2}$)

| UruQGeoide 110 (2023) | |
|-----------------------|----------|
| Abs. UYPT (3272) | 703,005 |
| Aux. UYTA (3275) | 1663,370 |

Tabla 11 - Comparación de resultados con datum Cabildo (altitudes y diferencias en m)

| Abs. UYPT – UruQGeoide110 (2023) | | | | |
|----------------------------------|-----------------------------|-------------|--------------|--------|
| Altitud | Gravedad (m/s^2) | Alt. física | Alt. Cabildo | Dif. |
| H G obs. | 9,79558769 | 71,768 | 71,777 | -0,009 |
| HN | 9,79538654 | 71,769 | 71,777 | -0,007 |
| HO | 9,79561812 | 71,767 | 71,777 | -0,009 |

| Aux. UYTA – UruGeoide110 (2023) | | | | |
|---------------------------------|-----------------------------|-------------|--------------|-------|
| Altitud | Gravedad (m/s^2) | Alt. física | Alt. Cabildo | Dif. |
| H G obs. | 9,79415407 | 169,833 | 169,820 | 0,013 |
| HN | 9,79432353 | 169,830 | 169,820 | 0,010 |
| HO | 9,79422608 | 169,832 | 169,820 | 0,012 |

9- Comentarios y futuros trabajos

Los resultados obtenidos están dentro de las normas de directrices del Centro de Coordinación del Marco de Referencia Internacional de la Alturas (IHRF CC).

Las coordenadas, altitudes y gravedad DE UYPT y UYTA están referidas a la base de la antena en la estación CORS correspondiente. Para la determinación de la gravedad fue usado el gradiente de gravedad local medido.

$$\text{UYPT } G = 979\ 558,769 - (2,522 \text{ m} \times 0,326) = 979\ 557,947$$

$$\text{UYTA } G = 979\ 415,407 - (1,703 \text{ m} \times 0,332) = 979\ 414,841 \text{ (gradiente obtenido en estación a aproximadamente 30 m)}$$

La diferencia entre los valores obtenidos para las dos estaciones en las Tablas 6, 7 y 11, indicaría que el valor del potencial obtenido a través de los modelos cuasi(geoidales) y referidos al datum Cabildo, no tienen diferencias significativas con el datum vertical IHRF obtenido, estando al nivel de precisión del centímetro.

Una nueva conexión del datum con mareógrafos debería mostrar la variación del nivel del mar en ese período. Estos resultados deben ser revisados e investigados.

Se prevee densificar las estaciones IHRF para un total aproximado de 7, de forma que puedan ser inseridas como control de trasmisión de errores en la red vertical y colaborar activamente con el proyecto IHRS/IHRF, siendo éstas estaciones de densificación.

Las estaciones de conexión con las estaciones CORS serán inseridas en la red vertical de forma de incorporarlas a la misma y permitir un futuro reajuste de la red con valores de números geopotenciales IHRF. La red vertical quedará de esta manera integrada globalmente a IHRF.

9- Referencias

- 1 – Drewes, H., Kuglishtsch, F., Ádám, J., Rósza, S. (2016) Geodesist's Handbook 2016, J. Geod 90:907. <https://link.springer.com/article/10.1007/s00190-016-0948-z> acceso en marzo, 2024.
- 2- Moritz, H. (2000) Geodetic Reference System 1980 J. Geod 74:128-133
<https://link.springer.com/article/10.1007/s00190050278> acceso en marzo, 2024.
- 3- Sánchez *et al.* (2021) Strategy for the realization of the International Height Reference System (IHRS), Journal of Geodesy, 95(3) <https://link.springer.com/article/10.1007/s00190-021-01481-0>
- 4 – Sánchez *et al.* Recovering potential values from regional (quasi-) geoid models. Documento interno preparado a partir de (3)
- 5- Directrices para el cálculo de los valores de potencial de gravedad en las estaciones IHRF de la región SIRGAS, Documento interno, GT III – Proyecto Sirgas, abril 2024
- 6 – Instituto Geográfico Militar, UruGeoide110 (2023) - Informe Técnico, disponible en la página del IGM <https://igm.gub.uy/2023/12/18/nuevo-urugeoide-2023/>, acceso en marzo, 2024.
- 7- Shako, R., Förste, C., Abrykosov, O., Bruinsma, S., Marty, J.-C., Lemoine, J.-M., Flechtner, F., Neumayer, K.-H., Dahle, C. (2014): EIGEN-6C: A High-Resolution Global Gravity Combination Model Including GOCE Data - In: Flechtner, F., Sneeuw, N., Schuh, W.-D. (Eds.), Observation of the System Earth from Space - CHAMP, GRACE, GOCE and future missions, (GEOTECHNOLOGIEN Science Report; No. 20; AdvancedTechnologies in Earth Sciences), Berlin [u.a.]: Springer, 155-161. DOI 10.1007/978-3-642-32135-1_20, Print ISBN 978-3-642-32134-4 Online ISBN 978-3-642-32135-1
- 8 - Pavlis, N., Modeling and estimation of a low degree geopotential model from terrestrial gravity data (1988), pag 29.
https://www.researchgate.net/publication/24387638_Modeling_and_estimation_of_a_low_degree_geopotential_model_from_terr
- 9- Forsberg, R. y Tscherning C.C., GRAVSOFT – programa TC, Geodetic Gravity Field Modelling Programs 3r,d edition, August 2008/August 2015.
- 10- Blitzkow, D. Comunicación personal referente a las estaciones absolutas medidas en Uruguay y Brasil. (2023). CENE GEO - Escuela Politécnica de la Universidad de San Pablo (EPUSP), Brasil.

- 11- Subiza, W., Timmen, L. Reajuste de la Red Gravimétrica Nacional de Uruguay, link, Instituto Geográfico Nacional, Uruguay, (2024)
- 12- Sánchez, L., Height Systems and Vertical Datum Unification, 14th International Geoid School, Buenos Aires, Argentina, 2023
- 13- Mäkinen, J., The permanent tide and the International Height Reference Frame IHRF. Journal of Geodesy (2021) 95:106
- 14- Vanícek, P, Krakiwsky, E. Geodesy The concepts 2da edición, North Holland editores, 1987
- 15- Ince, E. S., Barthelmes, F., Reißland, S., Elger, K., Förste, C., Flechtner, F., Schuh, H. (2019): ICGEM – 15 years of successful collection and distribution of global gravitational models, associated services and future plans. - Earth System Science Data, 11, pp. 647-674,DOI: <http://doi.org/10.5194/essd-11-647-2019>.